Suites Numériques

Une suite est **une application de ℕ dans ℝ** qui, à un entier naturel n associe son image réelle u_n :

$$(u_n) : \quad \mathbb{N} \to \mathbb{R}$$
$$n \to u_n$$

2 manières de définir une suite

Suite explicite :

Suite dont la définition est « en fonction de n »

$$\forall n \in \mathbb{N}, \qquad u_n = f(n)$$

Ex : $u_n = -n^2 + 3n - 1$; $u_n = \frac{2^{3n-1}}{n+3}$

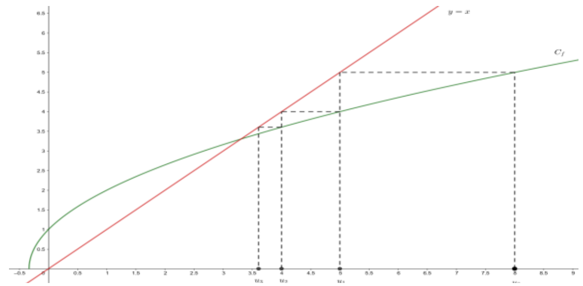
Suite récurrente :

Suite dont la définition est « en fonction du (ou des) termes précédents »

$$\forall n \in \mathbb{N}, \qquad u_{n+1} = f(u_n)$$

Ex : $\begin{cases} u_{n+1} = 2u_n + 1 \\ u_0 = -3 \end{cases}$; $\begin{cases} u_{n+1} = \frac{2-3u_n}{u_n+1} \\ u_0 = 1 \end{cases}$

Construction des termes d'une suite récurrente sur l'axe des abscisses :



Suite majorée, minorée, bornée :

➔ Si $\begin{cases} u_n \leq M \Leftrightarrow u_n - M \leq 0 : (u_n) \text{ est majorée par } M \\ u_n \geq m \Leftrightarrow u_n - m \geq 0 : (u_n) \text{ est minorée par } m \\ m \leq u_n \leq M : (u_n) \text{ est bornée} \end{cases}$

<u>Méthode :</u> On étudie le signe de $u_n - M$ (ou $u_n - m$) pour montrer que (u_n) est majorée par M (ou minorée par m).

Monotonie (variation) d'une suite :

<u>Méthode :</u> *On étudie le signe de* $u_{n+1} - u_n$

➔ Si $\begin{cases} u_{n+1} - u_n \geq 0 : (u_n) \text{ est croissante} \\ u_{n+1} - u_n \leq 0 : (u_n) \text{ est décroissante} \\ u_{n+1} - u_n = 0 : (u_n) \text{ est constante} \end{cases}$

2 suites particulières :

Suites Arithmétiques :

- <u>Définition :</u> $\forall n \in \mathbb{N}\ (ou\ n \geq p), u_{n+1} = u_n + \boldsymbol{r}$
- <u>Terme général :</u> $u_n = u_0 + nr$
- <u>Somme de termes consécutifs :</u>

Raison de la suite

$$S_n = u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n$$

$$S_n = Nbe\ de\ termes \times \frac{1^{er} terme + dernier\ terme}{2}$$

Convergence et limite de q^n :

(u_n) ***Converge*** ssi elle tend vers une limite finie.

Si elle ne converge pas, elle ***diverge***.

$$\lim_{n \to +\infty} q^n = \begin{cases} 0\ si\ -1 < q < 1 \\ +\infty\ si\ q > 1 \\ n'existe\ pas\ si\ q \leq -1 \end{cases}$$

Suites Géométriques :

- <u>Définition :</u> $\forall n \in \mathbb{N}\ (ou\ n \geq p), u_{n+1} = u_n \times \boldsymbol{q}$
- <u>Terme général :</u> $u_n = u_0 \times q^n$
- <u>Somme de termes consécutifs :</u>

Raison de la suite

$$S_n = u_p + u_{p+1} + \cdots + u_n$$

$$S_n = 1^{er} terme \times \frac{1 - q^{nbe\ termes}}{1 - q}$$