LA FONCTION EXPONENTIELLE

Définition :

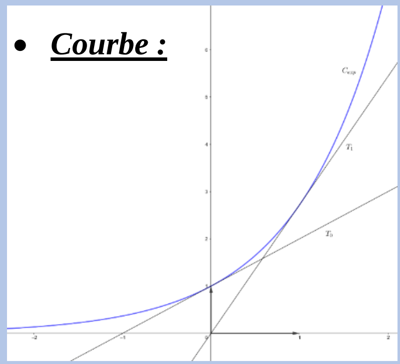
- **Notée $x \to exp\,(x)$ ou $x \to e^x$**
- **Unique fonction définie sur $\mathbb{R}$, solution de l'équation différentielle $\begin{cases} f'(x) = f(x) \\ f(0) = 1 \end{cases}$**

Propriétés de la fonction exponentielle :

- ***Valeurs particulières :*** $e^0 = 1$; $e^1 = e \approx 2.718$
- $\forall x \in \mathbb{R}$: $e^x \neq 0$; $e^x > 0$; $(e^x)' = e^x$
- ***Tableau de variations :***

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$(e^x)'$		$+$	
e^x	0	1	$+\infty$

- ***Courbe :***



Règles de calcul :

$\forall a, b \in \mathbb{R}^2$ *et* $n \in \mathbb{N}$

. $e^a \times e^b = e^{a+b}$. $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$

. $(e^a)^n = e^{n \times a}$. $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$

. $\sqrt{e} = e^{\frac{1}{2}}$

Équations :

- *Type 1 :* $e^{u(x)} = e^{v(x)} \Leftrightarrow u(x) = v(x)$
- *Cas particulier :* $e^{u(x)} = 1 \Leftrightarrow u(x) = 0$
- *Type 2 :* $ae^{2x} + be^x + c = 0 \Rightarrow$ *On pose* $X = e^x$
- *Type 3 :* $e^{u(x)} = a \Leftrightarrow \begin{cases} \emptyset \text{ si } a \leq 0 \\ u(x) = \ln a \text{ si } a > 0 \end{cases}$

Lien avec la fonction logarithme népérien :

$x \to e^x$ *est la fonction réciproque de* $x \to \ln x$

$\Leftrightarrow \forall x \in \mathbb{R}, \ln e^x = x$ *et* $\forall x > 0$ $e^{\ln x} = x$

La fonction composée $x \to e^{u(x)}$:

Définie et dérivable ssi $u(x)$ *l'est.*

$$(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$$

Le nombre *e* :

Constante de Neper, définie par :

$$e = \lim_{n \to +\infty} \sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} \approx 2{,}7182818 \ldots$$