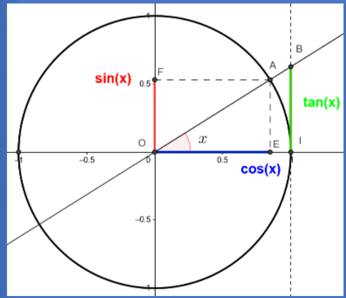
TRIGONOMÉTRIE

Définition



Dans $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$, le cercle trigo est le cercle de centre O et de rayon 1.

A un point du cercle tel que $\widehat{IAO} = x\ rad$

$\cos x$ est l'abscisse de A

$\sin x$ est l'ordonnée de A

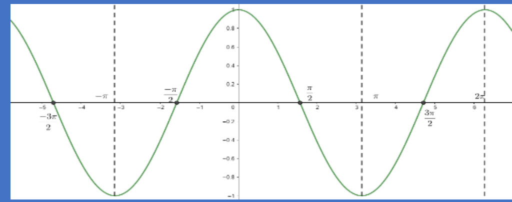
$\forall x \in \mathbb{R}$,

$-1 \leq \cos x \leq 1$

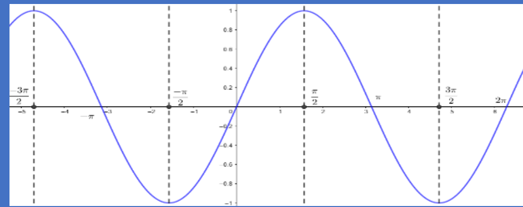
$-1 \leq \sin x \leq 1$

$\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$x \to \cos x$



$x \to \sin x$



Valeurs particulières

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0

Dérivées

$\forall\ x\ \in \mathbb{R}$:

$(cos\ x)' = -sin\ x$

$(sin\ x)' = cos\ x$

u une fonction définie et dérivable sur I

$\boldsymbol{(cos\ u)' = -u' sin\ u}$

$\boldsymbol{(sin\ u)' = u' cos\ u}$

$\cos(-x) = \cos x$ ➔ cos est **paire**

$\sin(-x) = -\sin x$ ➔ sin est **impaire**

$\left.\begin{array}{l}\cos(x+2\pi) = \cos x\\ \sin(x+2\pi) = \sin x\end{array}\right\}$ Les fonctions cos et sin sont **2π-périodiques**

Angles associés

$\boldsymbol{cos\ (-x) = cos\ x}$

$\boldsymbol{sin\ (-x) = -sin\ x}$

$\boldsymbol{cos\ (\pi - x) = -cos\ x}$

$\boldsymbol{sin\ (\pi - x) = sin\ x}$

$\boldsymbol{cos\ (\pi + x) = -cos\ x}$

$\boldsymbol{sin\ (\pi + x) = -sin\ x}$

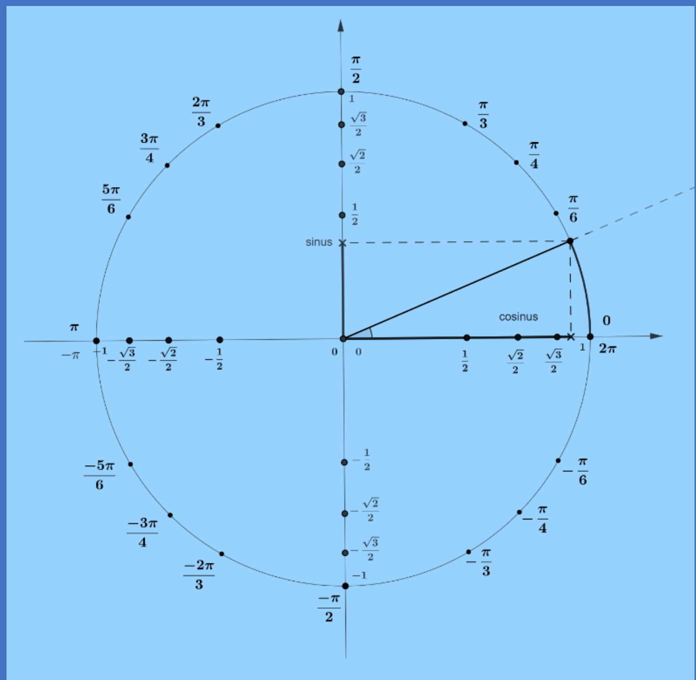
$\boldsymbol{\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = sin\ x}$

$\boldsymbol{sin\ \left(\frac{\pi}{2} - x\right) = cos\ x}$

$\boldsymbol{\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -sin\ x}$

$\boldsymbol{sin\ \left(\frac{\pi}{2} + x\right) = cos\ x}$

Mesures principales



Formules d'addition et duplication

$\boldsymbol{\forall\ a, b\ \in \mathbb{R}}$:

$\boldsymbol{cos\ (a+b) = cosa\ cosb - sina\ sinb}$

$\boldsymbol{cos\ \ (a-b) = cosa\ cosb + sina\ sinb}$

$\boldsymbol{sin\ (a+b) = sina\ cosb + sinb\ cosa}$

$\boldsymbol{sin\ (a-b) = sina\ cosb - sinb\ cosa}$

$\boldsymbol{\forall\ a\ \in \mathbb{R} : cos\ (2a) = cos^2 a - sin^2 a}$

$\boldsymbol{= 2cos^2 a - 1}$

$\boldsymbol{= 1 - 2sin^2 a}$

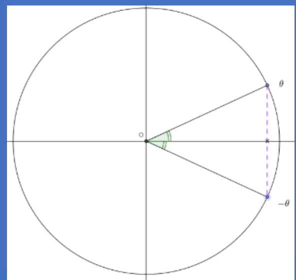
$\boldsymbol{sin\ (2a) = 2sina\ cosa}$

Equations trigonométriques

Point de Ralliement :

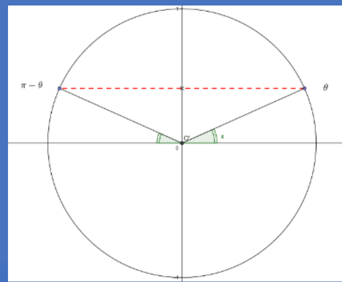
Type $\boldsymbol{\cos x = \cos\theta}$

$$\begin{cases} x = \theta + 2k\pi \\ \quad\text{ou} \\ x = -\theta + 2k\pi \end{cases} \quad / \ k \in \mathbb{Z}$$



Type $\boldsymbol{\sin x = \sin\theta}$

$$\begin{cases} x = \theta + 2k\pi \\ \quad\text{ou} \\ x = \pi - \theta + 2k\pi \end{cases} \quad / \ k \in \mathbb{Z}$$



Type $\boldsymbol{\cos x = \sin y}$

On a $\cos\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \sin y$

On résout : $\boldsymbol{\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} - y\right)}$

Type $\boldsymbol{\cos x = -\sin y}$

On a $\cos\left(\frac{\pi}{2} + y\right) = -\sin y$

On résout : $\boldsymbol{\cos x = \cos\left(\frac{\pi}{2} + y\right)}$

Type $\boldsymbol{\sin x = \cos y}$

On a $\sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right) = \cos y$

On résout : $\boldsymbol{\sin x = \sin\left(\frac{\pi}{2} - y\right)}$

Type $\boldsymbol{\cos x = -\cos a}$

On a $\cos(\pi - a) = -\cos a$

On résout $\boldsymbol{\cos x = \cos(\pi - a)}$

Type $\boldsymbol{\sin x = -\sin a}$

On a $\sin(\pi + a) = -\sin a$

On résout $\boldsymbol{\sin x = \sin(\pi + a)}$

Type $\boldsymbol{a.\cos^2 x + b.\cos x + c = 0 \ \ ou \ \ a.\sin^2 x + b.\sin x + c = 0}$

On pose le changement de variable $X = \cos x$ ou $X = \sin x$

On résout $aX^2 + bX + c = 0$ avec $\Delta = b^2 - 4ac$

S'il existe 1 ou 2 solutions $X_i \in [-1; 1]$, on revient au changement de variable et on résoute $X_i = \cos x$ ou $X_i = \sin x$