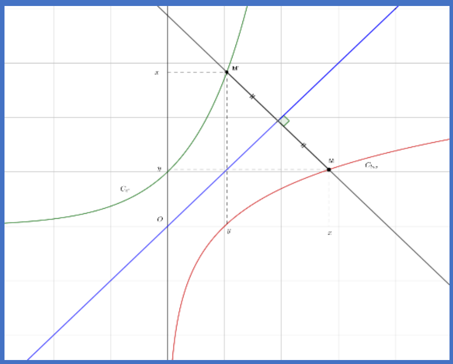
La Fonction ***logarithme népérien***, notée $\ln x$ est la fonction réciproque de la fonction exponentielle.

→ Domaine de définition : $]0\,;\,+\infty[$

→ Domaine image : $\mathbb{R}$

Courbe :



C_{ln} et C_{exp} sont symétriques par rapport à la droite $y = x$

Dérivée – Variations :

$x \to \ln x$ est dérivable sur $]0\,;\,+\infty[$ et $(\ln x)' = \frac{1}{x}$

Donc ln est strictement croissante sur $]0\,;\,+\infty[$

x	0	1	$+\infty$
$\frac{1}{x}$		$+$	
ln	$-\infty$	0	$+\infty$

$\ln u(x)$ existe ssi $u(x) > 0$

et $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$

→ $\forall x > 0, e^{\ln x} = x$

→ $\forall x \in \mathbb{R}, \ln e^{x} = x$

→ $\ln 1 = 0$ et $\ln e = 1$

Règles de Calcul :

$\forall\ a$ et b strictement positifs et $n \in \mathbb{N}$, on a :

$\ln ab = \ln a + \ln b$

$\ln \frac{a}{b} = \ln a - \ln b$

$\ln \frac{1}{b} = -\ln b$

$\ln a^{n} = n \ln a$

$\ln \sqrt{a} = \frac{1}{2} \ln a$

Equation $\ln u(x) = \ln v(x)$:

$$\begin{cases} u(x) > 0 \\ v(x) > 0 \end{cases} => D_E$$

On applique $x \to e^{x}$

On résout dans D_E $u(x) = v(x)$

Equation $a(\ln x)^2 + b\ln x + c = 0$

On pose $X = \ln x$, pour $x > 0$

On résout $aX^2 + bX + c$ et on revient au changement de variable.

Limites aux bornes :

$$\lim_{x\to+\infty} \ln x = +\infty \quad et \quad \lim_{x\to0^{+}} \ln x = -\infty$$

Croissances comparées :

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^{n}} = 0 \quad et \quad \lim_{x\to0^{+}} x^{n} \ln x = 0$$

Avec le nombre dérivé :

$$\lim_{x\to0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$